

**MLAN1 Geometrie
Serie 1****Aufgabe 1**

Drücken Sie in einem Parallelogramm $ABCD$ mit $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ und $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ die Vektoren $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CB}$ und $\overrightarrow{BD}$ durch $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aus.

Aufgabe 2

Zeigen Sie: sind $\vec{u}$, $\vec{v}$ und $\vec{w}$ die Vektoren von den Ecken eines Dreiecks zum Schwerpunkt S des Dreiecks, so gilt:

$$\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = \vec{0}$$

Aufgabe 3

In einem Dreieck ABC liegt D auf AC und E auf AB so, dass $\overline{AE} = \frac{1}{3} \overline{AB}$ und $\overline{CD} = \frac{2}{5} \overline{AC}$. BD und CE schneiden sich in F . Welche Bruchteile machen die Strecken $\overline{BF}$ und $\overline{CF}$ von $\overline{BD}$ bzw. $\overline{CE}$ aus?

Aufgabe 4

Zeigen Sie: in einem Parallelogramm halbieren sich die Diagonalen (mit Hilfe von Vektoren).

Aufgabe 5

Von einem gleichschenkligen Dreieck ist der Schenkel a und der Basiswinkel α gegeben. Berechnen Sie daraus den Umkreisradius R .

Aufgabe 6

- a) Im Würfel $ABCDEFGH$ liegt J in der Seitenfläche $BCGF$ so, dass gilt:

$$\overrightarrow{BJ} = \frac{2}{3} \overrightarrow{BC} + \frac{3}{4} \overrightarrow{BF}$$

Zerlegen Sie $\overrightarrow{AJ}$ nach $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$ und $\vec{c} = \overrightarrow{AF}$.

- b) Im Würfel $ABCDEFGH$ liegt J auf der Körperdiagonalen BH , so dass

$$\overline{HJ} = \frac{1}{4} \overline{BH}$$

Die Gerade $g = g(G, J)$ schneide die Ebene $ADHE$ in K . Zerlegen Sie $\overrightarrow{AK}$ nach $\overrightarrow{AD}$ und $\overrightarrow{AE}$.

Tipp: Mit einer Skizze des gegebenen Würfels.

MLAN1 Geometrie
Lösungen Serie 1

Lösung 1

$$\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}, \overrightarrow{CB} = -\vec{b} \text{ und } \overrightarrow{BD} = \vec{b} - \vec{a}.$$

Lösung 2

Konstruktion

Lösung 3

$$\overrightarrow{BF} = x \left(-\vec{a} + \frac{3}{5} \vec{b} \right) \quad \overrightarrow{CF} = y \left(\frac{1}{3} \vec{a} - \vec{b} \right) \quad \vec{a} = \overrightarrow{AB} \quad \vec{b} = \overrightarrow{AC}$$

$$\frac{\overline{BF}}{\overline{BD}} = \frac{5}{6} \quad \text{d.h.} \quad x = \frac{5}{6}$$

$$\frac{\overline{CF}}{\overline{CE}} = \frac{1}{2} \quad \text{d.h.} \quad y = \frac{1}{2}$$

Lösung 4

Mit einer Skizze des gegebenen Parallelogramms:

$$\overrightarrow{AE} = x (\vec{a} + \vec{b}) \quad \overrightarrow{EB} = y (\vec{a} - \vec{b})$$

wobei $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$ und E der Schnittpunkt der Diagonalen.

$$x \cdot (\vec{a} + \vec{b}) + y \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a}$$

woraus folgt: $x = y = \frac{1}{2}$

Lösung 5

$$R = \frac{a}{2 \sin \alpha}$$

Lösung 6

a)

$$\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{4} \vec{a} + \frac{2}{3} \vec{b} + \frac{3}{4} \vec{c}.$$

b)

$$\overrightarrow{AK} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AD} + \frac{2}{3} \overrightarrow{AE}$$